PERGESERAN KELAS-PANJANG DAN LENGTH-WEIGHT

I. Pergeseran Kelas-Panjang

Model pertumbuhan panjang (formula vBGF) bisa diduga jika kita mempunyai panjang ikan, L_t, pada berbagai umur, t, yang berbeda. Pendugaan umur untuk ikan-ikan di wilayah tropis, dengan menggunakan indikator bagian tubuh keras (otolith, sisik) relatif lebih sulit dibandingkan dengan di wilayah sub-tropis. Aplikasi vBGF dalam menduga pertumbuhan panjang sering kali tidak praktis untuk wilayah tropis.

Battacharya (1967) mengembangkan metode pergeseran kelas panjang dari kegiatan multi-sampling terhadap sebaran kelas panjang ikan. Sebagai contoh: pada bulan Januari, seorang peneliti melakukan sampling sebaran frekuensi panjang ikan tertentu. Hasilnya ialah sebaran frekuensi panjang dari beberapa kelas ukuran panjang, namun masing-masing kelas panjang (cohort) saling tumpang tindih. Melalui persamaan normal, rata-rata panjang dan standar deviasi masing-masing cohort bisa dipisahkan dan diduga dengan prosedur transformasi linier ($\overline{L}_1$, dan S_1). Bulan berikutnya, peneliti melakukan hal yang sama dan mendapatkan $\overline{L}_2$, dan S_2. Jika kita bisa asumsikan bahwa rata-rata panjang pada sampling pertama sudah bergeser menjadi rata-rata kedua pada bulan berikutnya, maka kita akan mendapatkan nilai $\Delta L/\Delta t$ terhadap nilai Lt. Melalui prosedur plot Gulland & Holt, paling tidak kita bisa menduga nilai konstan pertumbuhan, k, dan panjang maksimum, L_∞.

Contoh aplikasi:

Misalkan seorang peneliti melakukan sampling sebaran frekuensi panjang ikan (12 – 52 cm) dengan hasil seperti disajikan pada Tabel 1 (kolom A dan B). Plot sebaran frekuensi panjang disajikan pada Gambar 1. Dari sebaran data yang di-plot pada grafik, paling tidak, kita bisa menduga adanya 3 puncak sebaran panjang yang berbeda. Masing-masing puncak kita sebut dengan cohort. Bagian kiri dan kanan masing-masing akan tercampur dengan cohort berikutnya atau cohort sebelumnya.

Bentuk persamaan normal (bell-shaped curve) dari sebaran frekuensi panjang ikan ialah sebagai berikut:

$$Fc(x) = \frac{n * \Delta L}{S * \sqrt{2 * ®}} * \exp\left[-\frac{(x - \overline{x})^2}{2 * S^2} \right] \text{........... (1)}$$

Dimana:

Fc(x) = jumlah atau frekuensi dari masing-masing kelas panjang;

n = jumlah data sample ikan;

ΔL = selang kelas;

S = Standar Deviasi dari rata-rata

π = 3,143;

x = nilai tengah kelas panjang (nilai tengah dari selang kelas panjang)

$\bar{x} = rerata$ panjang dari cohort

Persamaan tersebut bisa ditransfer ke dalam bentuk kuadratik menjadi persamaan sebagai berikut:

$$\ln Fc(x) = \ln\left(\frac{n * \Delta L}{S * \sqrt{2 * ®}}\right) - \frac{(x - \bar{x})^2}{2 * S^2} \text{ .... (2)}$$

Selanjutnya, persamaan (2) bisa dikonversi ke dalam linier sebagai berikut:

$$\Delta \ln(N1+) = a + b * (x + \frac{\Delta L}{2}) \text{ .... (3)}$$

Persamaan (3) mempunyai bentuk liner. Data pada kolom D dan E dari Tabel 1 (warna kuning) bisa kita gunakan untuk mendapatkan intersep dan koefisien regresi (bantuan excel). Hasil perhitungan mendapatkan:

a = 5,7507

b = 0,3338

Rata-rata panjang diduga dengan menggunakan persamaan:

$\bar{x} = -\frac{a}{b} = 17{,}23\,\text{cm}$, dan

$s^2 = -\frac{\Delta L}{b} = 2{,}995\,\text{cm}$

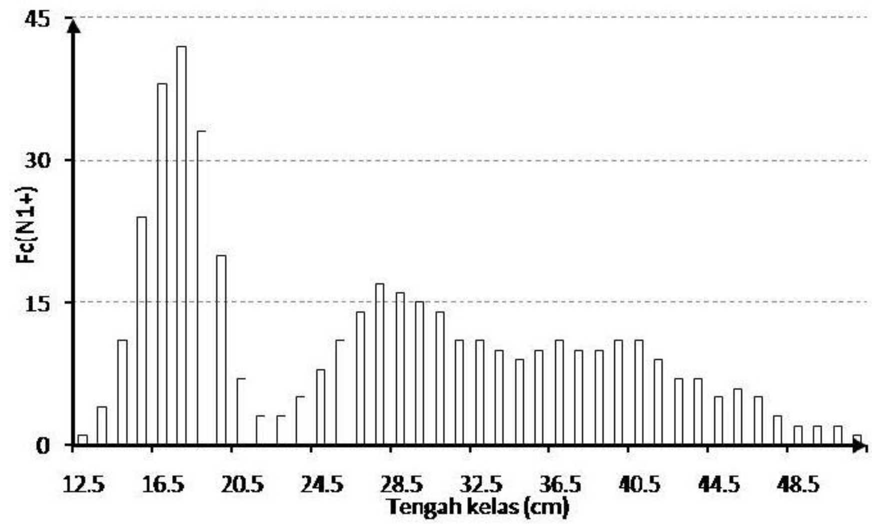
Nilai a dan b yang didapat dari perhitungan regresi, digunakan untuk mendapatkan nilai pada kolom (F). Selanjutnya, nilai pada kolom (G) bisa didapat dari kolom (F), yang merupakan kebalikan dari cara mendapatkan nilai pada kolom (C) dan (D). Pada kolom (H) kita mendapatkan frekuensi panjang dari cohort N1. Dengan membersihkan cohort N1 dari data, kita sekarang bisa mendapatkan cohort N2+ (kolom I). Pendugaan rata-rata panjang dan ragam pada cohort N2 dilakukan dengan cara yang sama seperti ketika memisahkan cohort N1 dari N1+.

Pada sampling periode berikutnya, kita akan mendapatkan nilai Δt. Dengan cara yang sama seperti perhitungan di atas, kita bisa mendapatkan rata-rata dan ragam dari masing-masing cohort. Kesulitan terjadi ketika menentukan cohort mana pada sampling pertama, menjadi cohort mana pada sampling berikutnya. Pemilihan ini dilakukan secara subjektif dengan memperhatikan referensi yang pernah ada dari ikan tersebut.

Tabel 1. Sebaran frekuensi panjang hipotetik (Sparre & Venema, 1998), contoh data untuk menduga nilai $\overline{L}_1$, dan S_1, dan selanjutnya. N1+ (kolom B) ialah frekuensi panjang dari cohort pertama yang bercampur dengan cohort berikutnya, sehingga disebut N1+.

A		B	C	D	E	F	G	H	I
L1	L2	N1+	ln(N1+)	Δ ln(N1+)	$\left(x+\frac{\Delta L}{2}\right)$	Δ ln(N1)	ln(N1)	N1	N2+
				Y	X				
12	13	1	0.000000	-	-	-	-		
13	14	4	1.386294	1.386294	13	1.37580	-		
14	15	11	2.397895	1.011600	14	1.05984	-		
15	16	24	3.178053	0.780158	15	0.74388	-		
16	17	38	3.637586	0.459532	16	0.42792	3.63750	37.9967	
17	18	42	3.737669	0.100083	17	0.11196	3.74946	42.4982	
18	19	33	3.496507	-0.241162	18	-0.20400	3.54546	34.6557	
19	20	20	2.995732	-0.500775	19	-0.51996	3.02550	20.6044	
20	21	7	1.945910	-1.049822	20	-0.83592	2.18958	8.93153	
21	22	3	1.098612	-0.847297	21	-1.15188	1.03771	2.82274	0.177
22	23	3	1.098612	0.000000	22	-1.46784	-0.43013	0.65042	2.349
23	24	5	1.609437	0.510825	23	-1.78380	-2.21393	0.1092	4.890
24	25	8	2.079441	0.470003	24				8
25	26	11	2.397895	0.318453	25				11
26	27	14	2.639057	0.241162	26				14
27	28	17	2.833213	0.194156	27				17
28	29	16	2.772588	-0.060624	28				16
29	30	15			29				15
30	31	14			30				14
31	32	11			31				11
32	33	11			32				11
33	34	10			33				10
34	35	9			34				9
35	36	10			35				10
36	37	11			36				11
37	38	10			37				10
38	39	10			38				10
39	40	11			39				11
40	41	11			40				11
41	42	9			41				9
42	43	7			42				7
43	44	7			43				7
44	45	5			44				5
45	46	6			45				6
46	47	5			46				5
47	48	3			47				3

48	49	2			48				2
49	50	2			49				2
50	51	2			50				2
51	52	1			51				1



Gambar 1. Sebaran frekuensi panjang multi-cohort ikan yang dihasilkan dari satu sampling (sumber: Sparre & Venema, 1998)

Multi-sampling dan pemilihan Lt dengan ΔL/Δt

Misalkan seorang peneliti melakukan sampling frekuensi panjang ikan lemuru Selat Bali selama 5 bulan, dari tanggal 1 Maret 2015 sampai 3 Juli 2015. Hasil analisis pergeseran kelas panjang (Battacharya) mendapatkan rata-rata panjang (kolom 5) dari masing-masing waktu sampling (Tabel 2). Nilai ΔL/Δt terhadap masing-masing L_t dipilih secara subjektif berdasarkan prinsip bahwa semakin tinggi L_t maka ΔL/Δt akan semakin rendah. Nilai pada kolom (6) didapat berdasarkan hasil pemilihan secara subjektif tersebut. Sebagai konsekuensinya, beberapa L_t tidak akan mempunyai nilai ΔL/Δt.

Sekarang kita mempunyai data (dari Tabel 2) hubungan antara L_t dengan ΔL/Δt dan dituliskan secara berurut pada Tabel 3. Pada data jenis ini, kita bisa menggunakan pendekatan plot Gulland-Holt, sebagai berikut:

$$\left(\frac{\Delta L}{\Delta t}\right) = a - b * L_t \quad \text{………. (4)}$$

Dimana: b = k (konstan pertumbuhan panjang, …/bulan) dan pada saat ΔL/Δt = 0, maka L_t = L_∞. Dengan demikian, nilai L_∞ bisa diduga dengan persamaan:

$$L_\infty = \left(\frac{a}{b}\right) \quad \text{………. (5)}$$

Dari data seperti pada Tabel 3 dan dengan menggunakan software seperti excel, kita bisa mendapatkan intersep dan koefisien regresi sebagai berikut:

a = 6,45

b = k = 0,294 /bulan

Dari kedua nilai ini, maka:

L_∞ = 6,45/0,294 = 21,95 cm

Kalau diasumsikan bahwa t0 = - 0,15 bulan, maka kita bisa menyusun persamaan vBGF dari data multi-sampling lemuru sebagai berikut:

$$L_t = L_\infty(1-e^{-0,294(t-0,15)}) \text{ ………. (6)}$$

Jika asumsi terhadap t0 mendekati kebenaran, maka kita bisa menyusun penduga panjang ikan (Lt estimasi) berdasarkan perbedaan umur, dari -1 bulan sampai 19 bulan. Dengan menggunakan persamaan (6), nilai penduga Lt bisa didapat dan hasilnya disajikan pada kolom (3) dari Tabel 4. Jika asumsi bahwa t0 mendekati kebenaran maka, nilai Lt yang didapat dari analisis sebaran frekuensi panjang bisa ditempat melalui prinsip back calculation, seperti disajikan pada kolom (2) dari Tabel 4. Plot vBGF antara data hasil analisis frekuensi panjang (o) dengan nilai penduganya (-) disajikan pada Gambar 2.

Tabel 2. Hasil analisis Battacharya terhadap frekuensi panjang dari ikan lemuru selama 5x sampling (SamID). Keterangan: SampDate = tanggal sampling (waktu antar sampling = 31 hari); L-ID = urutan cohort yang ditemukan pada waktu sampling; Lt = rata-rata panjang cohort; dan ΔL/Δt = dugaan pertambahan panjang ikan selama satu bulan dari masing-masing rata-rata cohort)

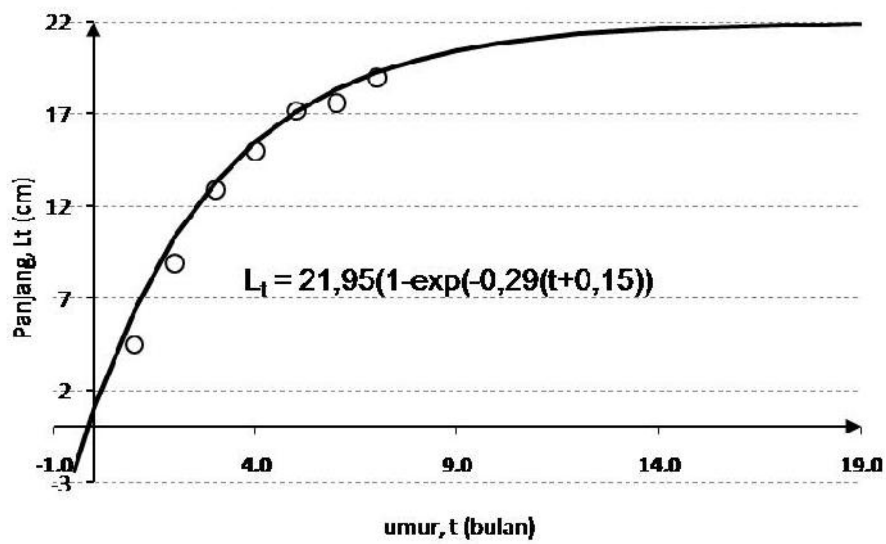
No	SampID	SampDate	L-ID	Lt	ΔL/Δt
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	1	01/03/2015	1	17.2	1.8
2	1	01/03/2015	2	26.2	
3	2	01/04/2015	1	4.5	4.4
4	2	01/04/2015	2	11.4	3.6
5	2	01/04/2015	3	19.0	0.3
6	3	02/05/2015	1	8.9	4.0
7	3	02/05/2015	2	15.0	2.6
8	3	02/05/2015	3	19.3	
9	4	02/06/2015	1	12.9	3.2
10	4	02/06/2015	2	17.6	0.4
11	5	03/07/2015	1	16.1	
12	5	03/07/2015	2	18.0	

Tabel 3 Hubungan antara masing-masing nilai Lt dengan ΔL/Δt dari hasil analisis pergerakan kelas panjang ikan lemuru selama 5 bulan.

Lt	ΔL/Δt
4.5	4.4
8.9	4.0
11.4	3.6
12.9	3.2
15.0	2.6
17.2	1.8
17.6	0.4
19.0	0.3

Tabl 4 Nilai penduga panjang ikan lemuru dari hasil multi-sampling sebaran frekuensi panjang

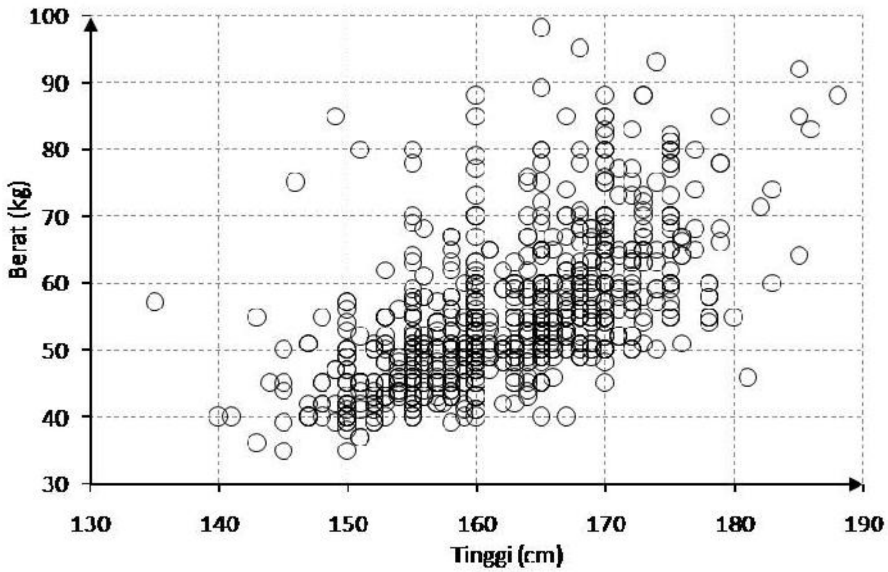
t	Lt	Lt-est
-0.5	-	-2.38
0	-	0.95
1	4.5	6.30
2	8.9	10.28
3	12.9	13.26
4	15.0	15.47
5	17.2	17.12
6	17.6	18.35
7	19.0	19.27
8	-	19.95
9	-	20.46
10	-	20.84
11	-	21.12
12	-	21.33
13	-	21.49
14	-	21.61
15	-	21.69
16	-	21.76
17	-	21.81
18	-	21.84
19	-	21.87



Gambar 2. Plot vBGF dari ikan lemuru hasil multi-sampling frekuensi panjang dengan asumsi t0 = -0,15 bulan. Keterangan: (o) data Lt hasil analisis Battacharya, dan (-) data penduga panjang hasil analisis plot Gulland & Holt.

II. Pertumbuhan Berat

Hubungan antara bagian tubuh organisme yang satu dengan lainnya sering kali mempunyai keteraturan yang bisa dijelaskan secara matematis. Gambar 3 menunjukkan plot antara tinggi badan (cm) dan berat (kg) yang diambil dari 845 orang mahasiswa FPIK-UB. Sepintas terlihat bahwa semakin tinggi seorang mahasiswa maka dia akan mempunyai berat yang semakin tinggi pula. Namun, secara matematis maupun statistik hubungan tersebut tidak begitu jelas. Secara individu, manusia mempunyai kesempatan yang sangat bebas untuk menentukan sendiri pola makan, jumlah, dan jenis makanan yang dikonsumsi sehari-hari serta kaitannya dengan total energi yang dikeluarkan untuk menyelesaikan berbagai aktifitas. Tingkah laku pribadi ini terlihat sangat mempengaruhi keeratan hubungan antara panjang dan berat karena tidak adanya keseragaman pengaturan pribadi tersebut didalam suatu populasi atau komunitas (Gambar 3).



Gambar 3. Plot antara tinggi (cm) dan berat (kg) yang didapat dari data 845 mahasiswa peserta kuliah PDP di FPIK-UB.

2.1. Hubungan panjang-berat pada ikan

Ahli-ahli biologi perikanan menyatakan bahwa hubungan panjang-berat pada sebagian besar ikan mengikuti keteraturan yang bisa dijelaskan melalui hukum kubik, ialah:

$$W_t = L_t^3 \text{ ……………………… (7)}$$

Persamaan (7) merupakan ekspresi bahwa berat ikan bisa ditunjukkan dari volume badannya. Karena pengaruh nilai statistik, nilai kubik bisa sedikit berbeda dari 3 dan pada saat berat, $W_t = 0$, panjang ikan, L_t tidak akan selalu mengikuti beratnya. Oleh karena itu persamaan eksponensial di atas dimodifikasi menjadi:

$$W_t = a * L_t^b \text{ ……………………(8)}$$

Persamaan (8) bisa ditransformasi ke dalam bentuk linier melalui:

$$\ln(W_t) = \ln(a) + b * \ln(L_t) \text{ ……………….. (9)}$$

nilai konstan regresi = b, sedangkan intersep regresi, c = ln(a). Nilai penduga dari a ialah: a = exp(c)

Ketika kita mempunyai data panjang ikan (cm) yang dihubungkan dengan beratnya (g), maka melalui prosedur regresi kita akan mendapatkan nilai penduga dari a dan b (setelah transformasi dari kedua data ke dalam bentuk logaritmik)

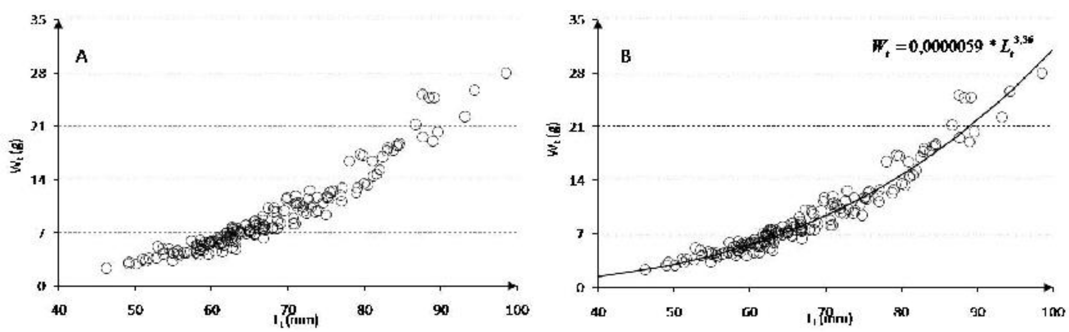
Sebagai contoh, melalui sampling di daerah Tuban, telah diukur panjang dan berat individu dari ikan peperek jenis, Photopectoralis bindus, dengan total data 168 ikan. Plot data antara panjang dan berat seluruh data disajikan pada Gambar 4A. Plot pada grafik sangat jelas mengekspresikan bahwa panjang-berat mempunyai keteraturan hubungan dalam bentuk eksponensial. Transformasi data ke dalam bentuk linier, dan melalui pendekatan regresi didapat masing-masing nilai penduga bagi:

a = 0,0000059

b = 3,36

Dengan demikian, hubungan panjang-berat dari ikan peperek tersebut mengikuti formula sebagai berikut:

$$W_t = 0{,}0000059 * L_t^{3,36}$$



Gambar 4. Plot data antara panjang (mm) dengan berat (g) dari 168 individu ikan peperek jenis Photopectoralis bindus hasil sampling di wilayah Tuban (A); plot penduga berat (g) berdasarkan informasi panjang (B)

2.2. Panjang-Berat-Umur

Pada model pertumbuhan panjang vBGF, kita sudah mengetahui bahwa panjang ikan merupakan fungsi dari umur ikan dalam persamaan sebagai berikut:

$$L_t = L_\infty (1 - e^{-k(t-t0)})$$

Pada sisi lain, berat ikan merupakan fungsi dari panjang dengan persamaan:

$$W_t = a * L_t^{\,b}$$

Dari kedua persamaan ini, berat ikan juga merupakan fungsi dari umur dengan persamaan:

$$W_t = a * \left(L_\infty (1 - e^{-k(t-t0)})\right)^b \quad \text{……… (10)}$$

Sementara nilai penduga dari W_∞ ialah:

$$W_\infty = a * L_\infty^{\ b} \quad \ldots\ldots\ldots.. (11)$$

Sebagai contoh: pertumbuhan panjang suatu ikan mengikuti formula vBGF dengan nilai penduga konstan masing-masing:

k = 0,175 / bulan

L∞ = 22,1 cm

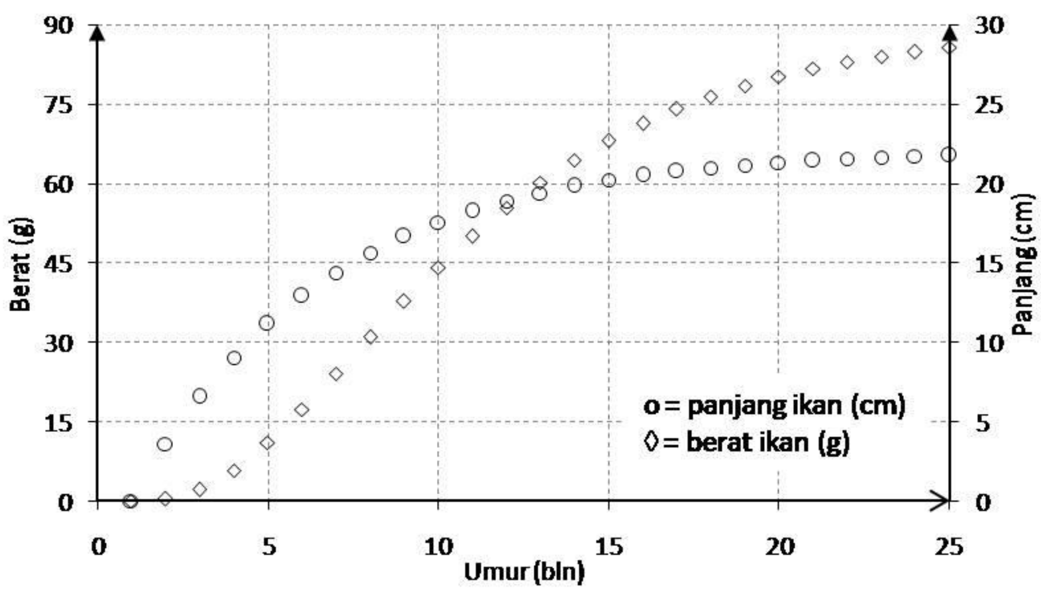
t0 = -0,007 bulan

Hubungan panjang-berat dari ikan tersebut diketahui mempunyai nilai penduga konstan:

a = 0,0069

b = 3,06

Dari data ini, kita bisa menduga berat ikan, W_t, pada masing-masing umur yang berbeda dengan menggunakan persamaan (10) di atas. Plot model pertumbuhan panjang pada berbagai umur yang berbeda dan penduga berat ikan pada berbagai umur berbeda disajikan pada Gambar 5. Pada kondisi pertumbuhan panjang membentuk persamaan eksponensial negatif, pola pertumbuhan berat mempunyai bentuk logistic, atau bentuk S yang bergeser kea rah kiri.



Gambar 5. Pola pertumbuhan panjang dari ikan (eksponensial) dengan model pertumbuhan berat berbentuk logistic.